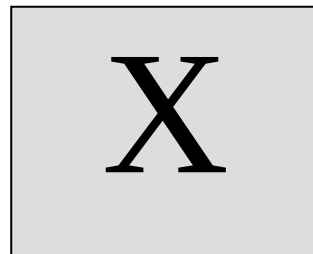




MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național de Matematică și Fizică
„Vrănceanu – Procopiu”
26 noiembrie 2016
MATEMATICĂ



Problema 1

Se consideră mulțimea M de numere reale care are cel puțin două elemente și care are proprietatea: pentru orice două elemente diferite a, b ale sale, numărul $a^2 + b\sqrt{2}$ este rațional.

- Arătați că este posibil ca mulțimea să conțină un element x astfel încât $x\sqrt{2}$ să fie irațional.
- Arătați că dacă mulțimea are cel puțin trei elemente, atunci, pentru orice $a \in M$, $a\sqrt{2}$ este număr rațional.

Problema 2

Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ astfel încât funcția $\min(f, g)$ este injectivă, iar funcția $\max(f, g)$ este surjectivă. Arătați că $f = g$.

- Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
- Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.